



CONCORSO PER L'ASSUNZIONE DI 4 LAUREATI CON ORIENTAMENTO NELLE DISCIPLINE
STATISTICO-ATTUARIALI E/O MATEMATICO-FINANZIARIE
PROVA SCRITTA DEL 14 DICEMBRE 2021

VERSIONE A

Il candidato svolga due tracce a scelta tra i seguenti quattro quesiti:

• TRACCE DI PROBABILITÀ E INFERENZA STATISTICA

QUESITO 1

Il candidato esponga sinteticamente:

- le proprietà degli stimatori di massima verosimiglianza;
- il legame tra funzione di verosimiglianza e distribuzioni a posteriori.
- Sia dato un campione di osservazioni i.i.d. (X_1, \dots, X_n) da una v.a. X con distribuzione di legge gamma di parametri α e β :

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\alpha^\beta}{\Gamma(\beta)} x^{\beta-1} e^{-\alpha x}$$

con x, α e $\beta > 0$ e $\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} \cdot e^{-t} \cdot dt$

Il candidato ricavi:

- il vettore (T_1, T_2) di statistiche sufficienti per il parametro vettoriale (α, β) ;
- il sistema di equazioni per ottenere le stime di massima verosimiglianza di α e β ;
- la funzione di densità e il supporto della variabile casuale $Y = \ln(X)$.

QUESITO 2

a) Il candidato discuta il Teorema del Limite Centrale, illustrandone brevemente ipotesi fondative e principali applicazioni.

b) Secondo il candidato il Teorema del Limite Centrale è adatto allo studio di perdite assicurative o finanziarie a bassa frequenza e alto impatto? Quale potrebbe essere un altro riferimento teorico valido a questo fine?

c) In un grande bacino idrico sono disperse delle particelle inquinanti, di piccole dimensioni e non interagenti, di due tipi distinti: il numero medio di particelle di tipo A per cm^3 di acqua è $\mu_A = 3,2$; il numero medio di particelle di tipo B per cm^3 di acqua è $\mu_B = 2,8$.

Si supponga che il numero di particelle disperse in acqua si distribuisca secondo una legge poisson e che il numero di particelle di tipo A sia indipendente dal numero di particelle del tipo B.

Il candidato determini:

- avendo osservato in un cm^3 d'acqua 4 particelle, la probabilità che siano tutte di tipo A;
- la probabilità di trovare una sola particella (A o B) in un cm^3 di acqua;
- utilizzando un'opportuna approssimazione, motivandone la scelta, la probabilità di trovare almeno 551 particelle in 100 cm^3 di acqua.

Ove necessario si tengano presenti i seguenti valori:

$\Phi(0) = 0,5$	$\Phi(0,6) = 0,7257$	$\Phi(1,2) = 0,8849$	$\Phi(1,8) = 0,9641$	$\Phi(2,4) = 0,9918$
$\Phi(0,1) = 0,5398$	$\Phi(0,7) = 0,758$	$\Phi(1,3) = 0,9032$	$\Phi(1,9) = 0,9713$	$\Phi(2,5) = 0,9938$
$\Phi(0,2) = 0,5793$	$\Phi(0,8) = 0,7881$	$\Phi(1,4) = 0,9192$	$\Phi(2) = 0,9772$	$\Phi(2,6) = 0,9953$
$\Phi(0,3) = 0,6179$	$\Phi(0,9) = 0,8159$	$\Phi(1,5) = 0,9332$	$\Phi(2,1) = 0,9821$	$\Phi(2,7) = 0,9965$
$\Phi(0,4) = 0,6554$	$\Phi(1) = 0,8413$	$\Phi(1,6) = 0,9452$	$\Phi(2,2) = 0,9861$	$\Phi(2,8) = 0,9974$
$\Phi(0,5) = 0,6915$	$\Phi(1,1) = 0,8643$	$\Phi(1,7) = 0,9554$	$\Phi(2,3) = 0,9893$	$\Phi(2,9) = 0,9981$

dove $\phi(x)$ funzione di ripartizione di una distribuzione normale standard.

• **TRACCE DI TECNICA ATTUARIALE DELLE ASSICURAZIONI VITA E DANNI**

QUESITO 3

Una polizza di assicurazione caso vita si conclude alla scadenza contrattuale. Esistono, tuttavia, casi in cui il contratto si conclude prima della sua naturale scadenza oppure si presenti alla sua conclusione modificato in uno o più elementi a seguito di scelte operate dal contraente. Il candidato:

- a. illustri le principali modifiche contrattuali che possono intervenire in una polizza vita con particolare riguardo alle operazioni di riscatto, riduzione, e trasformazione;
- b. descriva i casi di aumento delle prestazioni e di opzione in rendita e capitale;
- c. svolga il seguente esercizio.

Sia $C=1.000$ il capitale assicurato di una polizza a capitalizzazione non rivalutabile a premio annuo di durata 10 anni e tasso tecnico del 3% relativa ad un assicurato di 35 anni. Tenuto conto che alla polizza si applica il metodo proporzionale e che il contratto non può essere stornato prima del 3° anno si calcoli:

- i) il capitale ridotto al 4° anno di durata contrattuale;
- ii) il valore di riscatto al 2° e 5° anno di durata contrattuale sapendo e che dal 3° al 5° anno l'estinzione anticipata del contratto comporta una penalizzazione del 2%;
- iii) l'importo del nuovo capitale assicurato relativo ad una trasformazione della polizza al 5° anno di durata contrattuale in una tariffa mista ordinaria a premio unico con medesima scadenza della polizza principale. Al riguardo si ipotizzi che l'operazione di trasformazione avvenga senza spese e che si conoscano i seguenti valori attuariali relativi a un soggetto di età x e durata n :

Valori attuariali di un'assicurazione mista ordinaria relativi ad un assicurato di età x e durata n			
$A(35:1)$	0,970896	$A(40:1)$	0,970899
$A(35:5)$	0,863118	$A(40:5)$	0,863256
$A(35:10)$	0,746077	$A(40:10)$	0,746862
$A(35:15)$	0,646454	$A(40:15)$	0,648662

Nei conteggi si consideri per i valori attuariali un arrotondamento alla sesta cifra decimale e per gli importi un arrotondamento alla seconda cifra decimale.

in DIF of

Handwritten signatures and initials



QUESITO 4

In un contratto di assicurazione contro i danni l'assicuratore, dietro pagamento di un premio, si impegna a risarcire l'assicurato, entro i limiti convenuti, del danno ad esso prodotto da un sinistro. Con specifico riferimento ad un contratto di assicurazione contro i danni da responsabilità civile:

- il candidato definisca il premio equo, il premio puro, il premio di tariffa e ne illustri il principio di calcolo;
- il candidato illustri le principali limitazioni al risarcimento utilizzate nell'ambito delle assicurazioni contro i danni da responsabilità civile e le principali implicazioni sul premio;
- si ipotizzi che un portafoglio polizze di $r = 100$ rischi omogenei abbia fatto registrare $n = 10$ sinistri, con un costo medio pari a 3.000€ e una deviazione standard pari 500€; assumendo valida l'ipotesi di Poisson per la distribuzione del numero di sinistri e che le variabili aleatorie associate all'importo del danno siano indipendenti e identicamente distribuite, il candidato calcoli il valore atteso e la deviazione standard del costo sinistri per singola polizza;
- il candidato determini il premio di tariffa ipotizzando un caricamento di sicurezza del 3% rispetto al premio equo, caricamento per costi di acquisizione e di gestione rispettivamente pari al 15% e 5% del premio di tariffa

Il candidato svolga due tracce a scelta tra i seguenti quattro quesiti:

- **TRACCE DI ELEMENTI DI BASE SUI METODI QUANTITATIVI PER LA MISURAZIONE E GESTIONE DEI RISCHI**

QUESITO 5

Prendendo a riferimento un mercato finanziario perfetto, completo e privo di arbitraggi, si consideri il modello media-varianza introdotto da H. Markowitz.

Il candidato:

- illustri brevemente il modello media-varianza, discutendone pregi e limitazioni;
- descriva uno o più metodi per la stima del rendimento atteso di un titolo azionario, discutendone le eventuali problematiche;
- consideri all'istante $t=t_0$ un portafoglio P composto da n_A unità del titolo azionario A e da n_B unità del titolo azionario B ; i due titoli hanno, rispettivamente, valore $S_A(t_0)=1$ euro e $S_B(t_0)=4$ euro, e il valore complessivo del portafoglio è $V_P(t_0) = 100$ euro; assumendo che i rendimenti dei due titoli sull'orizzonte temporale $[t_0, t_1]$ abbiano valore atteso e deviazione standard pari a:

$$\mu_A = 0,12, \quad \mu_B = 0,10, \quad \sigma_A = 0,50, \quad \sigma_B = 0,20,$$

e che i rendimenti dei due titoli siano correlati con coefficiente di correlazione $\rho = 0,2$, determini n_A e n_B in modo che la varianza del rendimento del portafoglio sull'orizzonte temporale $[t_0, t_1]$ sia minima.

5
Ditt
BA

16/11/18
SP
S
S/S



QUESITO 6

Si consideri un mercato finanziario perfetto caratterizzato dalle ipotesi di non frizionalità, competitività e assenza di rischio di insolvenza. Il candidato:

1. definisca il principio di assenza di arbitraggio e discuta sinteticamente il suo utilizzo per la valutazione di titoli obbligazionari.

Successivamente, ipotizzando la seguente struttura per scadenza dei prezzi a pronti di titoli obbligazionari a cedola nulla e nominale unitario:

$$v(0,1) = 0,98 \text{ euro}, \quad v(0,2) = 0,94 \text{ euro}, \quad v(0,3) = 0,88 \text{ euro}, \quad v(0,4) = 0,82 \text{ euro}.$$

Il candidato:

2. determini la corrispondente struttura per scadenza dei tassi di interesse $i(0,t)$ per $t=\{1, 2, 3, 4\}$ anni;
3. calcoli, all'istante $t_0 = 0$, il valore e la *duration* (di Macaulay) di un titolo obbligazionario a tasso fisso, emesso in t_0 , avente tasso cedolare $j_1=3\%$, nominale $N_1 = 100$ euro, e scadenza $T_1 = 4$ anni;
4. calcoli, all'istante $t_0 = 0$, il valore di un titolo obbligazionario a tasso variabile, emesso in t_0 , con cedole pagate alle date dello scadenziario $t = \{t_1, t_2, t_3, t_4\} = \{1, 2, 3, 4\}$ anni e indicizzate al tasso a pronti $i(t_{i-1}, t_i)$ ($i=1, \dots, 4$), nominale $N_2 = 100$ euro, e scadenza $T_2 = 4$ anni.

• TRACCE DI ECONOMIA DELLE IMPRESE DI ASSICURAZIONE

QUESITO 7

Una peculiarità del processo assicurativo è il flusso dei ricavi antecedente a quello dei costi. Il candidato esponga:

- a) il processo assicurativo e il concetto di inversione del ciclo produttivo;
- b) i rischi connessi all'inversione del ciclo produttivo, con particolare riguardo al rischio connesso alla congruenza delle basi tecniche (*actuarial risk*), alla corretta costruzione delle tariffe (*pricing risk*), alle modifiche normative (*legal risk*) e ai rischi operativi;
- c) le conseguenze dell'inversione del ciclo produttivo sulle logiche di gestione degli investimenti.

QUESITO 8

La redditività di un'impresa di assicurazione dipende dall'efficienza della gestione tecnica, propriamente detta assicurativa, e della gestione finanziaria. Il candidato illustri:

- a) le fonti della redditività della gestione tecnica e della gestione finanziaria;
- b) i principali *driver* che possono condurre a un'efficiente gestione tecnica;
- c) i rapporti di Bilancio di una impresa di assicurazione danni.

Handwritten signature/initials in blue ink.

Handwritten signatures/initials in blue ink.



IVASS
ISTITUTO PER LA VIGILANZA
SULLE ASSICURAZIONI



TRACCIA DI LINGUA INGLESE

(Il candidato sviluppi la traccia in non più di una pagina)

How do you define fake news? How can you defend yourself against it?

Handwritten signature

Handwritten signature