

**CONCORSO PER L'ASSUNZIONE DI 4 LAUREATI CON ORIENTAMENTO NELLE DISCIPLINE
STATISTICO-ATTUARIALI E/O MATEMATICO-FINANZIARIE
PROVA SCRITTA DEL 14 DICEMBRE 2021**

VERSIONE B

Il candidato svolga due tracce a scelta tra i seguenti quattro quesiti:

• **TRACCE DI PROBABILITÀ E INFERENZA STATISTICA**

QUESITO 1

a) Il candidato illustri sinteticamente le caratteristiche dei test parametrici e spieghi in cosa differiscono da quelli non parametrici.

b) Ipotizzando che il numero aleatorio X degli eventi di perdita che un intermediario sopporta annualmente si distribuisca secondo una legge binomiale di parametri n e p ,

$$P(X; p, n) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{n-x}$$

e che i valori osservati negli ultimi 5 anni siano:

Anno	1	2	3	4	5
X	2	4	5	3	1

il candidato stimi i parametri n e p con il metodo dei momenti.

c) Il candidato:

- i. sintetizzi caratteristiche, proprietà e limiti del test di Kolmogorov-Smirnov per la bontà di adattamento, individuando possibili alternative quando il suo utilizzo non è opportuno;
- ii. data la seguente sequenza di numeri casuali $U_n = [0.44, 0.81, 0.14, 0.05, 0.93]$, ne verifichi l'appartenenza ad una distribuzione uniforme di supporto $[0,1]$ mediante il test di Kolmogorov-Smirnov con un livello di incertezza pari al 5%.

Ove necessario si tengano presenti i seguenti valori:

Valori critici del Kolmogorov-Smirnov test su un campione

n	Livello di significatività (α)				
	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20
2	0,929	0,842	0,776	0,726	0,684
3	0,829	0,708	0,642	0,597	0,565
4	0,734	0,624	0,564	0,525	0,494
5	0,669	0,563	0,510	0,474	0,446
6	0,618	0,521	0,470	0,436	0,410
7	0,577	0,486	0,438	0,405	0,381
8	0,543	0,457	0,411	0,381	0,358
9	0,514	0,432	0,388	0,360	0,339
10	0,486	0,409	0,368	0,342	0,322

Handwritten signatures and initials in blue ink.

Handwritten signatures and initials in blue ink.



QUESITO 2

Si consideri il seguente esperimento: si lancia una moneta e si estraggono due palline senza rimessa, se esce testa l'estrazione viene fatta da un'urna $U_1 \equiv \{8 \text{ palline bianche}, 2 \text{ palline nere}\}$, altrimenti da una seconda urna $U_2 \equiv \{3 \text{ palline bianche}, 7 \text{ palline nere}\}$. Il candidato:

1. illustri la legge delle probabilità totali e delle probabilità composte;
2. calcoli la probabilità di estrarre due palline bianche;
3. sapendo che sono state estratte una pallina bianca e una nera, calcoli la probabilità che l'estrazione sia stata effettuata dall'urna U_1 .

Si prenda un dado regolare con le facce numerate da 1 a 6 e si ripeta il lancio fintantoché non esce la faccia numerata con 6. Si indichi con T la variabile aleatoria discreta che misura i lanci necessari prima dell'arresto del gioco, il candidato:

4. determini la funzione di ripartizione della v.a. T ;
5. calcoli il valore atteso di T .

• TRACCE DI TECNICA ATTUARIALE DELLE ASSICURAZIONI VITA E DANNI

QUESITO 3

In un contratto di assicurazione sulla vita l'assicuratore si impegna a pagare un corrispettivo al verificarsi di un evento collegato alla vita umana a fronte di un compenso detto "premio". In relazione alle diverse coperture assicurative sulla vita il candidato:

1. illustri le caratteristiche principali delle tariffe relative alle forme temporanea caso morte e di tipo misto;
2. esponga, relativamente ad una tariffa di tipo mista ordinaria, il calcolo del premio puro, del premio di tariffa e della riserva matematica in base ai premi puri;
3. risolva il seguente esercizio.

Si consideri una polizza vita mista ordinaria a premio annuo relativa ad un assicurato di 40 anni con durata contrattuale pari a 15 anni e pagamento dei premi pari alla durata contrattuale. Sia $C=1.000$ il capitale iniziale assicurato e siano disponibili le informazioni seguenti:

$\ddot{a}(40:15)$	12,083587
$A(40:15)$	0,648662
aliquota spese d'acquisto (a)	4%
aliquota spese d'incasso (b)	2%
aliquota spese di gestione (c)	0,5%

dove:

- ✓ $\ddot{a}(40:15)$ = valore attuariale dell'annualità di rendita vitalizia temporanea anticipata, limitata ad un periodo di 15 anni, relativa ad un assicurato di 40 anni;
- ✓ $A(40:15)$ = valore attuariale di un'assicurazione mista ordinaria di durata di 15 anni relativa ad un assicurato di 40 anni.

13/11/09

Handwritten signatures and initials in blue ink.



Tenuto conto che le aliquote relative alle spese di acquisto e di gestione sono riferite al capitale assicurato iniziale e che l'aliquota delle spese di incasso è riferita al premio di tariffa si calcoli:

- il premio puro;
- il premio di tariffa;
- i singoli caricamenti che insistono sul premio.

Nei conteggi si consideri per i valori attuariali un arrotondamento alla sesta cifra decimale e per gli importi un arrotondamento alla seconda cifra decimale.

QUESITO 4

L'impresa di assicurazione che esercita i rami danni ha l'obbligo di costituire riserve tecniche che siano sempre sufficienti a far fronte, per quanto ragionevolmente prevedibile, agli impegni derivanti dai contratti di assicurazione. Il candidato:

1. illustri brevemente le principali metodologie statistico-attuariali deterministiche utilizzate per la valutazione della riserva sinistri dei rami danni a lungo smontamento;
2. definisca il concetto del "fattore coda", le circostanze in cui risulta necessario il suo impiego e ne illustri le modalità di determinazione usualmente impiegate per la sua stima;
3. risolva il seguente esercizio:
si consideri uno sviluppo incrementale di sinistri liquidati, come di seguito rappresentato. Si determini la stima della riserva sinistri, per ogni anno di accadimento, applicando la metodologia chain ladder, ipotizzando il completamento dello sviluppo dei sinistri al quarto anno di antidurata.

anno di accadimento	antidurata			
	1	2	3	4
2017	500	100	140	74
2018	400	200	100	
2019	700	100		
2020	500			

Il candidato svolga due tracce a scelta tra i seguenti quattro quesiti:

- **TRACCE DI ELEMENTI DI BASE SUI METODI QUANTITATIVI PER LA MISURAZIONE E GESTIONE DEI RISCHI**

QUESITO 5

Il candidato:

1. illustri brevemente un modello stocastico (a sua scelta) per la valutazione di titoli obbligazionari soggetti al solo rischio di tasso di interesse;
2. assumendo nota la struttura per scadenza dei tassi di interesse all'istante di valutazione t_0 , descriva una possibile metodologia per la calibrazione del modello illustrato al punto precedente.

Successivamente, consideri, all'istante di valutazione t_0 , il modello di Vasicek, secondo il quale, sotto la misura di probabilità *naturale* \mathbb{P} , la dinamica del tasso spot $r(t)$ è descritta dall'equazione differenziale stocastica:

$$dr(t) = \alpha(\gamma - r(t)) dt + \sigma dZ(t), \quad r(t_0) = r_0, \quad t \geq t_0,$$

con $\alpha, \gamma, \sigma > 0$, e $Z(t)$ moto browniano standard. In tale modello, per ogni istante $t > t_0$, la distribuzione di $r(t)$, condizionata al valore $r(t_0) = r_0$, è una distribuzione normale di media e varianza date dalle seguenti espressioni:

$$E[r(t) | r(t_0) = r_0] = \gamma(1 - e^{-\alpha(t-t_0)}) + r_0 e^{-\alpha(t-t_0)},$$

$$V[r(t) | r(t_0) = r_0] = \frac{\sigma^2}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha(t-t_0)}).$$

Ipotizzando $\alpha = 0,4$, $\gamma = 0,05$, $\sigma = 0,02795$, e $r(t_0) = 0,01$ (valori espressi su base annua), il candidato:

3. calcoli la probabilità *naturale* che alla data futura $t_F = t_0 + 1$ anno il tasso spot $r(t_F)$ risulti negativo.

Ove necessario, si tenga presente che:

$\Phi(0,0) = 0,5000$,	$\Phi(0,6) = 0,7257$,	$\Phi(1,2) = 0,8849$,	$\Phi(1,8) = 0,9641$,	$\Phi(2,4) = 0,9918$,
$\Phi(0,1) = 0,5398$,	$\Phi(0,7) = 0,7580$,	$\Phi(1,3) = 0,9032$,	$\Phi(1,9) = 0,9713$,	$\Phi(2,5) = 0,9938$,
$\Phi(0,2) = 0,5793$,	$\Phi(0,8) = 0,7881$,	$\Phi(1,4) = 0,9192$,	$\Phi(2,0) = 0,9772$,	$\Phi(2,6) = 0,9953$,
$\Phi(0,3) = 0,6179$,	$\Phi(0,9) = 0,8159$,	$\Phi(1,5) = 0,9332$,	$\Phi(2,1) = 0,9821$,	$\Phi(2,7) = 0,9965$,
$\Phi(0,4) = 0,6554$,	$\Phi(1,0) = 0,8413$,	$\Phi(1,6) = 0,9452$,	$\Phi(2,2) = 0,9861$,	$\Phi(2,8) = 0,9974$,
$\Phi(0,5) = 0,6915$,	$\Phi(1,1) = 0,8643$,	$\Phi(1,7) = 0,9554$,	$\Phi(2,3) = 0,9893$,	$\Phi(2,9) = 0,9981$,

essendo $\Phi(x)$ la funzione di ripartizione di una distribuzione normale standard.

QUESITO 6

Il candidato:

1. illustri le misure di rischio “*value at risk*” e “*expected shortfall*”, discutendone pregi e limitazioni;
2. illustri la metodologia di aggregazione dei rischi nota come “metodo varianza-covarianza”.

Successivamente, si consideri una compagnia di assicurazione soggetta a diversi rischi, la quale abbia fornito il valore del *Solvency Capital Requirement* (SCR) complessivo e gli SCR di ciascuno dei 5 diversi sotto-rischi cui è esposta.

Il candidato:

Us
MKT
OF

SPB

3. calcoli il coefficiente di correlazione implicito ai valori forniti in tabella 1, dove il coefficiente di correlazione implicito è definito come quel coefficiente di correlazione, identico per tutte le coppie di rischi, tale che l'SCR aggregato fornito in tabella sia uguale a quello ottenuto utilizzando l'approccio varianza-covarianza.

SCR non-life risk	390
SCR life risk	60
SCR health risk	40
SCR default risk	60
SCR market risk	450
SCR aggregato	826

Tabella 1. Valori (in unità di valuta) degli SCR per i cinque moduli di rischio, e valore aggregato.

• **TRACCE DI ECONOMIA DELLE IMPRESE DI ASSICURAZIONE**

QUESITO 7

Il bilancio civilistico di un'impresa di assicurazione è uno strumento di controllo in via consuntiva della gestione d'impresa e in via preventiva per orientare e programmare le attività future. Il candidato esponga:

- a. i principi del bilancio civilistico indicando, sinteticamente, la struttura e le finalità dello Stato Patrimoniale e del Conto Economico;
- b. il contenuto delle principali voci del conto tecnico dei rami vita e danni evidenziandone similitudini e differenze;
- c. il contenuto delle voci del conto non tecnico illustrando le differenze gestionali fra comparto vita e danni.

QUESITO 8

Il persistere di tassi di interesse particolarmente bassi, anche negativi, e la prospettiva che questa condizione sia destinata a durare a lungo incidono significativamente sul segmento del business vita, sia nella gestione dei contratti in corso sia nell'offerta di nuovi prodotti. In tale contesto il candidato illustri:

- a) quali sono i principali rischi per un'impresa vita in una prolungata situazione di bassi tassi di interesse;
- b) quali potrebbero essere le strategie di gestione degli investimenti per evitare eventuali perdite sul portafoglio di contratti in essere;
- c) quali nuovi prodotti vita potrebbero essere commercializzati per mantenere profittevole il *business* per l'impresa di assicurazione.

TRACCIA DI LINGUA INGLESE

(Il candidato sviluppi la traccia in non più di una pagina)

How do different generations use technology?



