



**CONCORSO PER L'ASSUNZIONE DI 4 LAUREATI CON ORIENTAMENTO NELLE DISCIPLINE
STATISTICO-ATTUARIALI E/O MATEMATICO-FINANZIARIE
PROVA SCRITTA DEL 14 DICEMBRE 2021**

VERSIONE C

Il candidato svolga due tracce a scelta tra i seguenti quattro quesiti:

• **TRACCE DI PROBABILITÀ E INFERENZA STATISTICA**

QUESITO 1

a) Il candidato discuta il Teorema di Bayes, illustrandone brevemente ipotesi fondative e principali applicazioni.

b) Ad un campo di tiro militare un soldato si sta esercitando a sparare ad un bersaglio posizionato sopra un carrello che si sposta su un binario che va dal punto A al punto B. Il tragitto è suddiviso in 4 parti più piccole, indicate con K1, K2, K3, K4. Ad un certo punto dell'esercitazione il dispositivo di mira a disposizione del soldato si guasta; al momento del tiro, quindi, non è più possibile sapere dove si trova precisamente il bersaglio. Si conoscono però le probabilità che il bersaglio si trovi all'interno di una delle 4 parti del tragitto elencate sopra:

$$P(K1) = 0,6; P(K2) = P(K4) = 0,125; P(K3) = 0,15.$$

Non essendo un tiratore infallibile, il soldato ha solo una probabilità di $2/5$ di centrare il bersaglio se si trova in K3, una probabilità di $1/5$ se si trova in K2, $1/5$ se si trova in K4, $1/10$ se si trova in K1 e $1/10$ di mancare del tutto le 4 parti del tragitto.

Il candidato determini:

- i. la probabilità che il soldato colpisca il bersaglio;
- ii. nell'ipotesi che il soldato colpisca il bersaglio, la probabilità che il bersaglio si trovi in K2;
- iii. nell'ipotesi che il soldato non colpisca il bersaglio, la probabilità che il bersaglio si trovi in K4.

QUESITO 2

Sia dato il seguente modello di regressione lineare multipla:

$$y = X\beta + \varepsilon$$

dove y è la variabile dipendente, X è la matrice contenente k variabili esplicative (inclusa l'intercetta) ed ε la parte erratica del modello, il candidato:

1. illustri sinteticamente le principali proprietà dello stimatore dei minimi quadrati OLS;
2. ricavi l'espressione per lo stimatore OLS per β ;

Considerando il caso particolare $k = 2$ e cioè della regressione lineare semplice:

$$y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

e noto che $n = 30$, $\sum_i x_i = 798$, $\sum_i y_i = 1001$, $\sum_i x_i^2 = 21520$, $\sum_i y_i^2 = 33681$, $\sum_i y_i x_i = 26855$

3. determini la stima puntuale e lo *standard error* degli stimatori OLS $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$.

• **TRACCE DI TECNICA ATTUARIALE DELLE ASSICURAZIONI VITA E DANNI**

QUESITO 3

Nel corso della durata contrattuale di una polizza vita l'equilibrio tra premi e prestazioni è garantito dalla determinazione della riserva matematica. Il candidato:



- illustri il concetto di riserva matematica prospettiva pura con riferimento alle principali forme tariffarie caso vita, relative ad una testa assicurata, sia a premio unico che a premio annuo;
- descriva il profilo temporale della riserva matematica di un'assicurazione temporanea caso morte e di un'assicurazione di tipo misto, con riferimento ad una testa assicurata.
- risolva il seguente esercizio.

Si consideri una polizza di assicurazione sulla vita di tipo mista ordinaria a premio annuo relativa ad un assicurato di anni 40. Siano disponibili i seguenti valori attuariali di una polizza mista ordinaria relativi ad un assicurato di età x e durata n anni:

Valori attuariali di un'assicurazione mista ordinaria relativi ad un assicurato di età x e durata n			
A(40:1)	0,970899	A(41:9)	0,768839
A(40:2)	0,942697	A(42:8)	0,791480
A(40:3)	0,915371	A(43:7)	0,814813
A(40:4)	0,888897	A(44:6)	0,838861
A(40:5)	0,863256	A(45:5)	0,863653
A(40:6)	0,838425	A(46:4)	0,889224
A(40:7)	0,814387	A(47:3)	0,915600
A(40:8)	0,791124	A(48:2)	0,942820
A(40:9)	0,768622	A(49:1)	0,970935
A(40:10)	0,746862		

e si abbiano a disposizione le seguenti annualità di rendita vitalizia anticipata temporanea relative ad un assicurato di età x e durata n anni:

annualità di rendita vitalizia temporanea anticipata di un assicurato di età x e durata n anni			
$\ddot{a}(40:1)$	1,000000	$\ddot{a}(41:9)$	7,947653
$\ddot{a}(40:2)$	1,969178	$\ddot{a}(42:8)$	7,169677
$\ddot{a}(40:3)$	2,908344	$\ddot{a}(43:7)$	6,367866
$\ddot{a}(40:4)$	3,81828	$\ddot{a}(44:6)$	5,541373
$\ddot{a}(40:5)$	4,699725	$\ddot{a}(45:5)$	4,689229
$\ddot{a}(40:6)$	5,553376	$\ddot{a}(46:4)$	3,810173
$\ddot{a}(40:7)$	6,379931	$\ddot{a}(47:3)$	2,903245
$\ddot{a}(40:8)$	7,179989	$\ddot{a}(48:2)$	1,967136
$\ddot{a}(40:9)$	7,954061	$\ddot{a}(49:1)$	1,000000
$\ddot{a}(40:10)$	8,702694		

Si chiede di determinare il valore della riserva matematica di una polizza mista ordinaria a premio annuo relativa ad un assicurato di età 40 anni con durata contrattuale pari a 10 anni al 4° anno e al 4,5° di anniversario di contratto, tenuto conto che il capitale iniziale assicurato, pari a 1.000, rimane costante per l'intera durata della polizza e che il tasso di premio annuo puro della tariffa di tipo mista ordinaria è 0,08582.

Nei conteggi si consideri per i valori attuariali un arrotondamento alla sesta cifra decimale e per gli importi un arrotondamento alla seconda cifra decimale.

Handwritten initials: ds, SPB

Handwritten signature and initials: SPB

Handwritten initials: SPB